

**1<sup>ère</sup> ST2S - P2 : POURCENTAGES ET ÉVOLUTIONS****I. Pourcentage dévolution – Coefficient multiplicatif**

Une évolution désigne une **augmentation** ou une **diminution**.

**1. Évolution exprimée en pourcentage**

**Une situation :** une boîte de 400 g de céréales est vendue avec une promotion annonçant 25 % de produit en plus pour le même prix que précédemment.

La nouvelle boîte contient donc :

$$400 \text{ g} + \frac{25}{100} \times 400 \text{ g} = 400 \text{ g} \left( 1 + \frac{25}{100} \right) = 400 \text{ g} \times 1,25 = 500 \text{ g}.$$

**Propriété :**

$t$  désigne un nombre réel positif ou négatif.

Si une évolution de  $t$  % fait passer du nombre  $V_0$  au nombre  $V_1$ , alors :

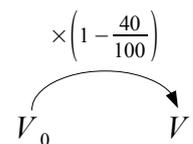
$$V_1 = \left( 1 + \frac{t}{100} \right) V_0.$$

On dit que  $CM = 1 + \frac{t}{100}$  est le **Coefficient Multiplicateur** de  $V_0$  à  $V_1$ .

**Exemple :** Dans un magasin, durant les soldes, tous les articles sont soldés avec une remise de 40 %.

C'est une diminution de 40 % donc le  $CM = 1 - \frac{T}{100} = 1 - \frac{40}{100} = 1 - 0,4 = 0,6$ .

Donc pour connaître le prix soldé, il suffit de multiplier le prix initial par 0,6.

**Propriété :**

- Si le coefficient multiplicateur est **supérieur à 1**, alors l'évolution est une **augmentation** ;
- Si le coefficient multiplicateur est **inférieur à 1**, alors l'évolution est une **diminution**.

**Exemples :** un CM de 1,7 est associé à une augmentation de 70 % :  $1,7 = 1 + 0,7 = 1 + \frac{70}{100}$  ;

un CM de 0,85 est associé à une diminution de 15 % :  $0,85 = 1 - 0,15 = 1 - \frac{15}{100}$ .

**2. Expression d'une évolution en pourcentage**

**Dans le cas général :** On note  $t$  % le taux d'évolution de  $V_0$  à  $V_1$ .

$$\text{On a vu qu'alors } V_1 = \left( 1 + \frac{t}{100} \right) V_0 \Leftrightarrow \frac{V_1}{V_0} = 1 + \frac{t}{100} \Leftrightarrow \frac{V_1}{V_0} - 1 = \frac{t}{100} \Leftrightarrow \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{t}{100}.$$

**Propriété :**

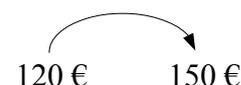
Lorsque l'on passe de  $V_0$  à  $V_1$ , le taux d'évolution est égal à  $\frac{V_1 - V_0}{V_0}$ .

**Exemples :**

- Le prix d'une veste passe de 120 € à 150 €.

Le taux d'évolution est égal à  $\frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{150 - 120}{120} = \frac{30}{120} = 0,25 = 25$  %.

Donc la veste a augmenté de 25 %.



- Le lundi, une municipalité ramasse 50 tonnes de déchets alors que le jeudi qui suit, elle ramasse 30 tonnes.

le taux d'évolution est égal à  $\frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{30 - 50}{50} = -\frac{20}{50} = -0,4 = -40 \%$ .

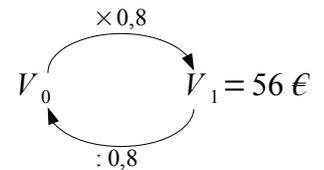
Donc le jeudi, on observe une baisse de 40 % **par rapport au lundi**.



### 3. Évolution réciproque

<b>Propriété :</b>	<p>Si le taux d'évolution de <math>V_0</math> à <math>V_1</math> est <math>t \%</math>, alors on passe de :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>V_0</math> à <math>V_1</math> en multipliant par <math>\left(1 + \frac{t}{100}\right)</math> ;</li> <li><math>V_0</math> à <math>V_1</math> en <b>divisant</b> par <math>\left(1 + \frac{t}{100}\right)</math>.</li> </ul>	
--------------------	---	--

**Exemple :** Dans un magasin, durant les soldes, on constate qu'un article porte comme prix soldé 56 € avec une remise de 20 % du prix initial qui est manquant. Quel était le prix initial ?



On connaît  $V_1 = 56$  € et diminuer de 20 % revient à multiplier par

$$1 - \frac{20}{100} = 1 - 0,2 = 0,8.$$

Donc pour calculer  $V_0$ , on effectue l'opération réciproque :  $V_0 = \frac{56}{0,8} = 70$ .

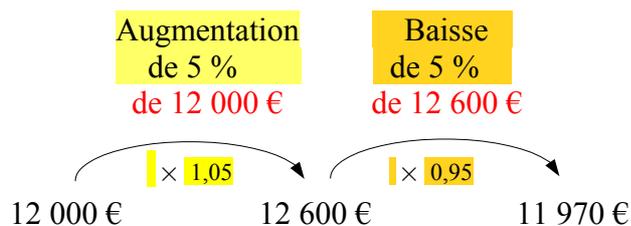
Donc le prix initial de l'article était de 70 €.

**Ex : (p.) :**

### V. Évolutions successives

**Une situation :** Dans une concession, une voiture vendue initialement à un prix de 12 000 € voit son prix augmenter de 5 %. Quelques mois plus tard, durant une période de soldes, son prix baisse de 5 %.

Si on détaille les variations de prix par un schéma :



On constate qu'augmenter de 5 % puis baisser de 5 % ne permet pas de revenir au prix initial.

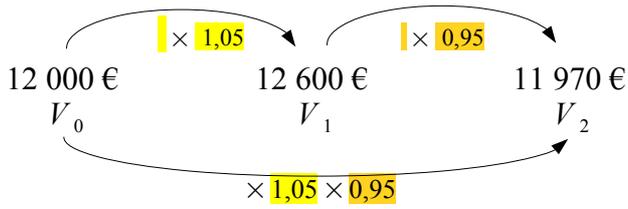
La raison en est que les parts successives ne sont portées pas sur le même ensemble de référence.

<b>Propriété :</b>	En pourcentages, les augmentations et les diminutions successives ne s'ajoutent pas.
--------------------	--

#### Dans le cas général :

<b>Propriété :</b>	<p>Si on a un taux d'évolution de <math>V_0</math> à <math>V_1</math> de <math>t_1 \%</math> et un taux d'évolution de <math>V_1</math> à <math>V_2</math> de <math>t_2 \%</math>, alors le taux d'évolution de <math>V_0</math> à <math>V_2</math> est <math>t</math> tel que :</p> $1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right).$	
--------------------	--	--

**Exemple :** dans l'exemple précédent :



Le **CM** entre  $V_0$  et  $V_2$  est  $1,05 \times 0,65 = 0,9975$ .

Donc c'est une diminution de 0,25 % :

$$0,9975 = 1 - 0,0025 = 1 - \frac{0,25}{100}$$

- Approximation du pourcentage de la succession de deux évolutions

**Propriété :**

Lorsque  $t_1$  et  $t_2$ , écrits sous forme décimale, sont proches de 0, alors le pourcentage  $t$  de l'évolution globale est à peu près égal à  $t_1 + t_2$ .

**Exemple :** voir précédemment.